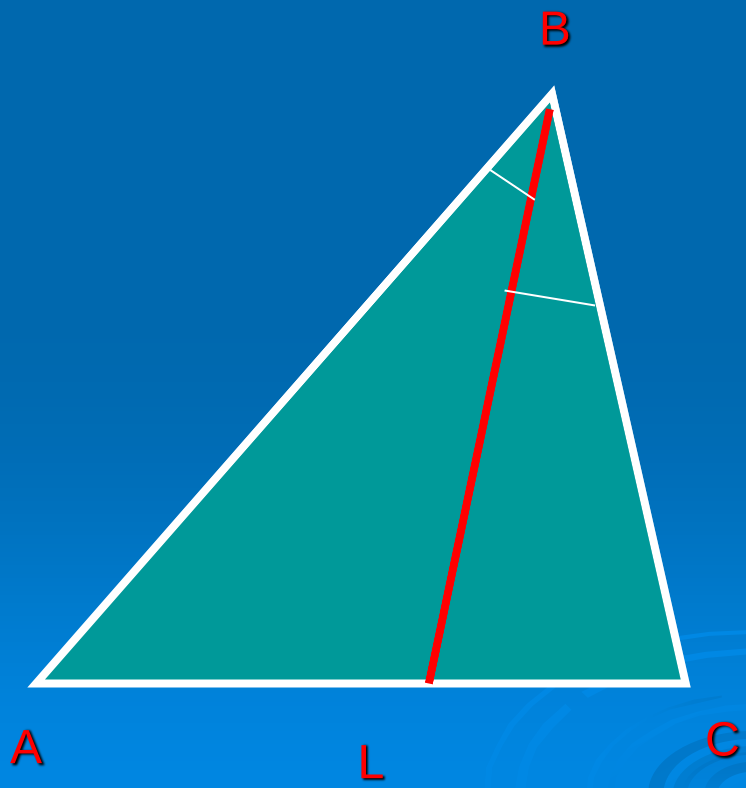
Свойство биссектрисы угла треугольника

Презентация для учащихся 8 класса

Автор презентации - учитель математики
МАОУ «Гимназия № 1 Октябрьского
района г. Саратова» Распарин В.Н.

Биссектриса любого угла треугольника делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.



$$\frac{AB}{AL} = \frac{BC}{LC}$$

I способ доказательства

L – точка биссектрисы угла ABC, поэтому она равноудалена от сторон AB и BC треугольника ABC.

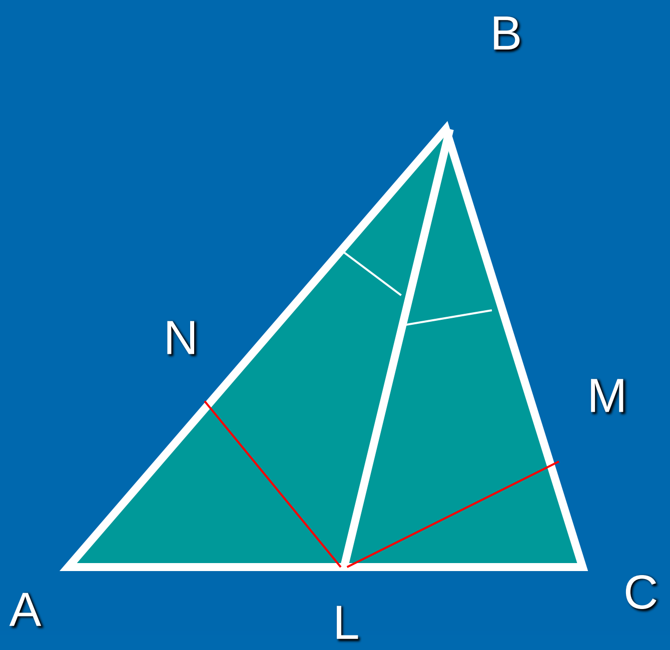
Пусть $LN = h_1$ и $LM = h_2$ – высоты соответствующих треугольников, причем, $h_1 =$

$= h_2$. Имеем: $S_{ABL} : S_{BLC} =$

$= 0{,}5\ AB\ h_1 : 0{,}5\ BC\ h_2 = AB : BC$.

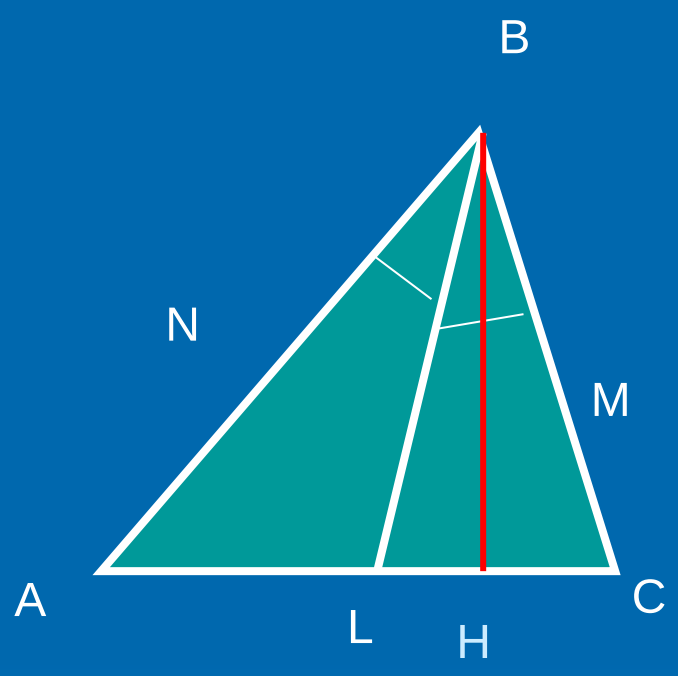
Итак:

$$\frac{S_{ABL}}{S_{BLC}} = \frac{AB}{BC}.$$



BH – общая высота треугольников ABL и BLC, поэтому $S_{ABL} : S_{BLC} =$
$= AL : LC$.

Итак, $S_{ABL} : S_{BLC} =$
$= AB : BC = AL : LC$, то есть $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AL}{LC}$.



Откуда следует требуемое равенство:

$$\frac{AB}{AL} = \frac{BC}{LC}.$$

II способ доказательства

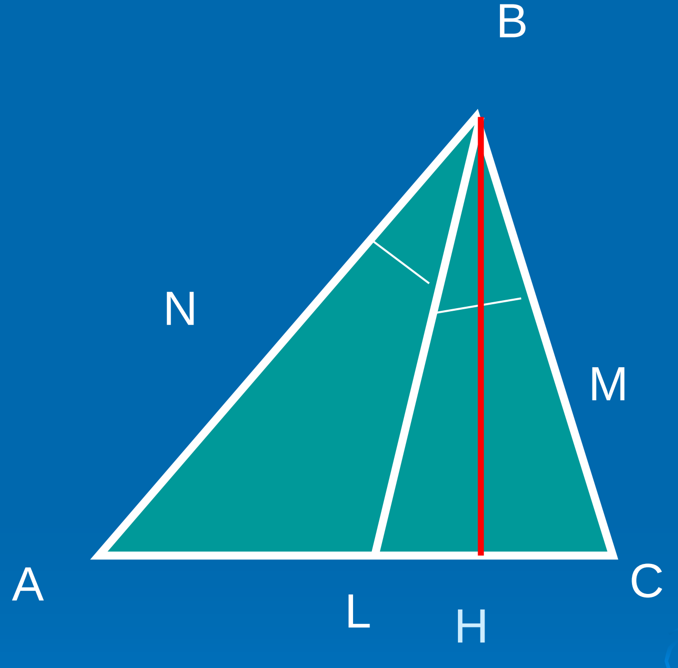
На основании свойства площадей треугольников, имеющих по одному равному углу, имеем:

$$\frac{S_{ABL}}{S_{BLC}} = \frac{AB \bullet BL}{BC \bullet BL}. \Rightarrow \frac{S_{ABL}}{S_{BLC}} = \frac{AB}{BC}.$$

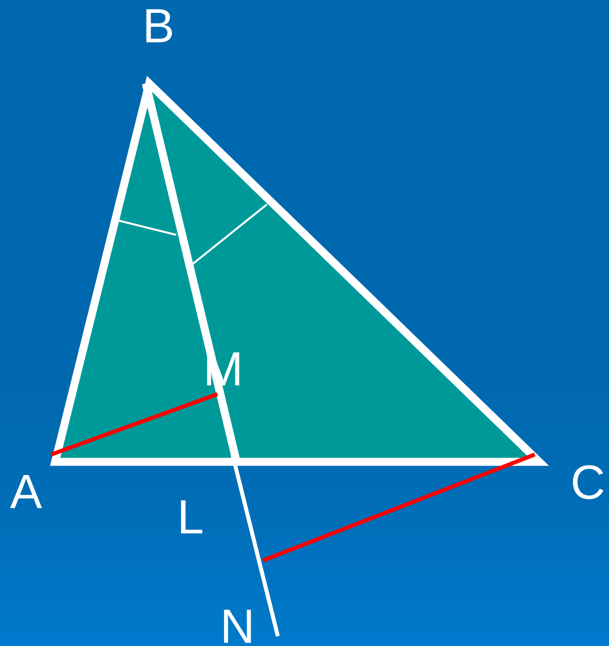
Однако, $\frac{S_{ABL}}{S_{BLC}} = \frac{0{,}5AL \cdot h}{0{,}5LC \cdot h} = \frac{AL}{LC}.$

Поэтому

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC}, \text{следовательно}, \frac{AB}{AL} = \frac{BC}{LC}.$$



III способ доказательства

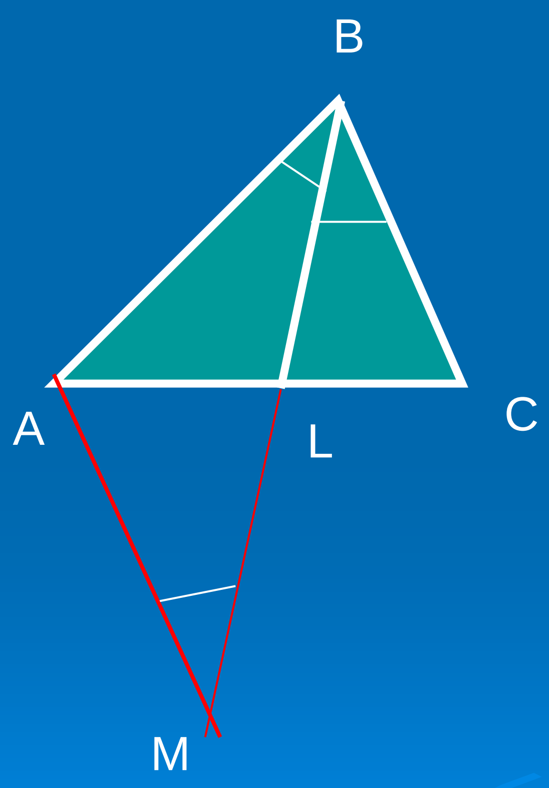


Пусть AM и CN – перпендикуляры к прямой BL.Из подобия треугольников ABM и CBN следует, что

<u>AB : BC = AM : CN.</u>Но треугольники AML и CNL также подобны, поэтому <u>AM : CN = AL : LC</u>. Значит,

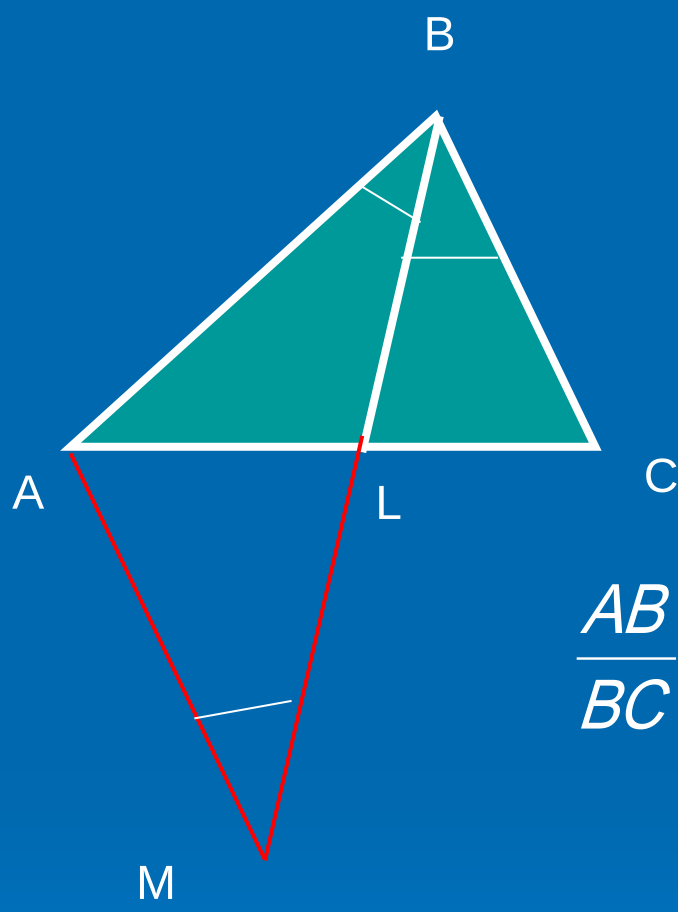
$$\frac{AB}{BC}=\frac{AL}{LC},\text{следовательно},\frac{AB}{AL}=\frac{BC}{LC}.$$

IV способ доказательства



1) Продолжим BL до пересечения с прямой AM, параллельной стороне BC данного треугольника, в точке M.

2)Треугольники ALM и CLB подобны, поэтому AM : BC = AL : LC.



Итак, $\frac{AM}{BC} = \frac{AL}{LC}.$

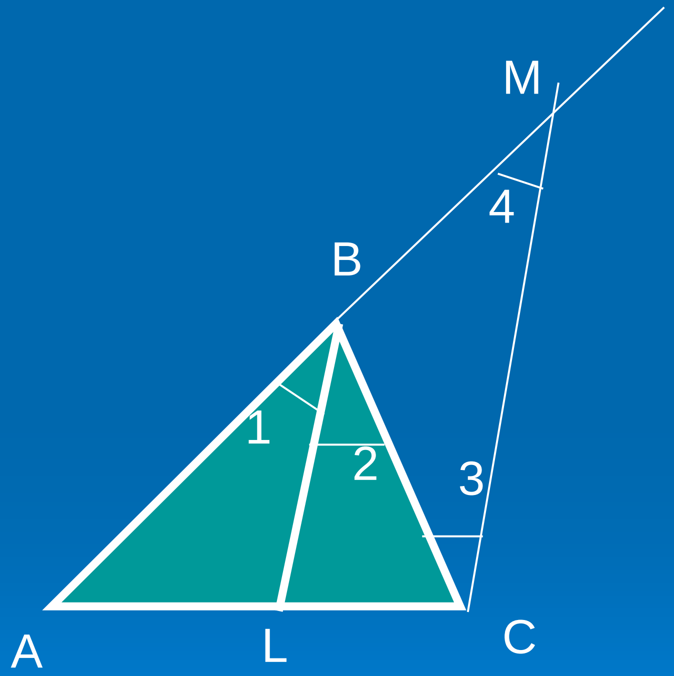
3) Так как углы M и ABM

равны, то AM = AB.

Значит,

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC}, \textit{следовательно}, \frac{AB}{AL} = \frac{BC}{LC}.$$

V способ доказательства



1) Проведем CM параллельно BL до пересечения с продолжением AB в точке M.

2)Углы 1 и 4, 2 и 3, 1 и 2 равны, следовательно, равны и углы 3 и 4. Значит, BM = BC.

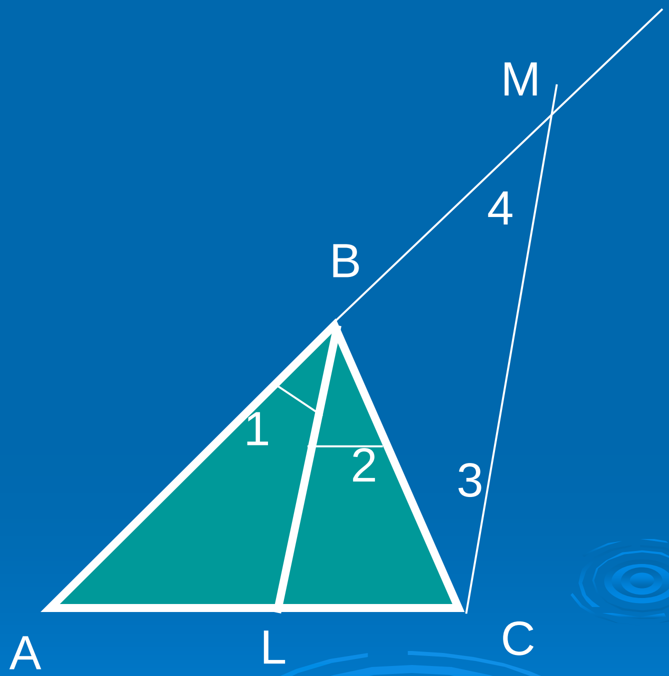
Из подобия треугольников ABL и AMC следует:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AC}{AL}.\Rightarrow\frac{AB+BM}{AB}=\frac{AL+LC}{AL}.\Rightarrow 1+\frac{BM}{AB}=1+\frac{LC}{AL}.$$

Учитывая, что BM = BC,

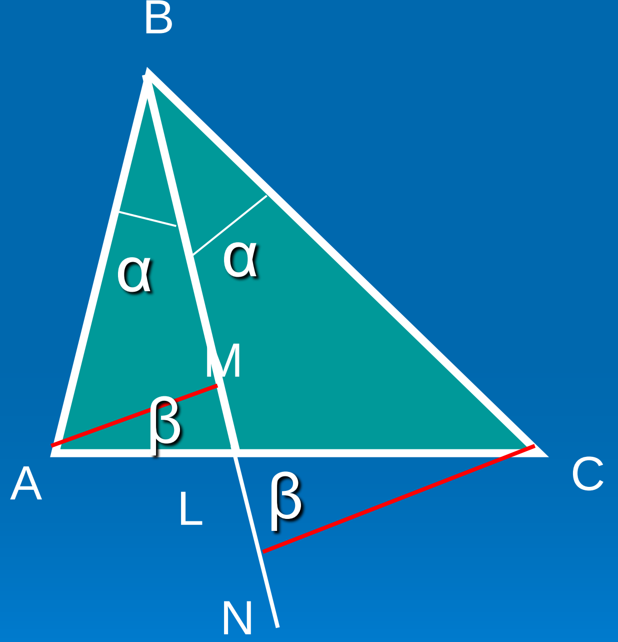
получим:

$$\frac{BM}{AB}=\frac{LC}{AL}.\Rightarrow\frac{BC}{AB}=\frac{CL}{AL}.\Rightarrow\frac{AB}{AL}=\frac{BC}{CL}.$$



Итак, требуемое доказано.

VI способ доказательства



ΔABM: $\sin\alpha$ $=AM:AB$,

ΔCNB: $\sin\alpha =$
$=CN:BC$.Значит, $AM:AB=$
$=CN:BC$ (1).Аналогично,

выражая $\sin\beta$ из
треугольников AML

и CNL, получим $AM:AL=$

$=CN:LC$ (2) .Разделив
почленно равенство (2) на
равенство (1),получим
требуемое: $\dfrac{AB}{AL}=\dfrac{BC}{CL}$.

Использованные материалы:

1. УМК Геометрия. Атанасян Л.С. и др. (7-9). Издание подготовлено под научнысм руководством академика Тихонова А.Н. Издательство: Просвещение, 2020 г.
2. И. Ф. Шарыгин: Геометрия. 7-9 классы. Издательство: Просвещение/Дрофа, 2021 г.
3. Геометрия. Доп. главы к учебнику 8 класса.: Учеб пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики/Л.С. Атанасян и др. – М.: Вита-Пресс, 2004.