

**ДЕМОВЕРСИЯ**  
**экзаменационной работы по математике**  
**(учебные курсы «Алгебра и начала анализа», «Вероятность и статистика»)**  
**для 10 – х классов**  
**в 2024-2025 учебном году**

**1. Назначение экзаменационной работы**

Экзаменационная работа проводится с целью определения уровня овладения математическими умениями на момент окончания учебного года учащимися 10-х классов ГАОУ СО «Гимназия № 1».

**2. Документы, определяющие содержание и параметры экзаменационной работы**

- Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования»;
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 N 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования»;
- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по основным общеобразовательным программам –образовательным программам начального общего, основного общего и среднего общего образования, утвержденным приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 22.03.2021 № 115;
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 29.09.2023 N 731 «О внесении изменений в Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по основным общеобразовательным программам - образовательным программам начального общего, основного общего и среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 22 марта 2021 г. N 115»;
- Образовательная программа среднего общего образования ГАОУ СО «Гимназия № 1»;
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 14.09.2021 г. № 03-1510 «Об организации работы по повышению функциональной грамотности»;
- Универсальные кодификаторы распределенных по классам проверяемых требований к результатам освоения основных образовательных программ базового уровня и элементов содержания среднего общего образования.

**3. Условия проведения экзаменационной работы**

Для выполнения работы учащимся выдаётся текст работы, распечатанной на листе А4 с двух сторон, и тетрадные листы в клетку для её выполнения. При выполнении заданий разрешается пользоваться ручкой синего или фиолетового цвета, простым карандашом, ластиком, линейкой.

Использование любых средств связи и калькуляторов не допускается.

**4. Время выполнения экзаменационной работы**

На выполнение экзаменационной работы отводится 210 минут.

**5. Структура и содержание экзаменационной работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей и включает в себя 19 заданий, которые различаются по содержанию и уровням сложности.

**Часть 1** содержит 13 заданий (задания №1–13) с кратким решением и ответом во всех заданиях в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания **части 1** предназначены для определения математических компетентностей учащихся 10-х классов на базовом уровне. Задание **части 1** (№1–13) считается выполненным, если из краткой записи решения понятен ход рассуждений ученика, показано выполнение вычислений и записан ответ.

**Часть 2** содержит 6 заданий (задания №14–19) с развёрнутым ответом

(полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Посредством заданий **части 2** осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

При выполнении заданий с развернутым ответом **части 2** экзаменационной работы должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи. Задания **части 2** подразделяются на задания **повышенного** уровня сложности (№14 -17) и задания **высокого** уровня сложности (№18 и №19).

В таблице 1 приведено распределение заданий экзаменационной работы по разделам содержания.

Таблица 1.

Название раздела	Количество заданий
Числа и выражения	5
Уравнения и неравенства	7
Функции и графики	2
Вероятность и статистика	3
Начала математического анализа	2

Распределение заданий экзаменационной работы по проверяемым умениям и способам действий приведено в таблице 2.

Таблица 2.

Основные умения и способы действий	Количество заданий	Номер задания в экзаменационной работе
Выполнять стандартные тождественные преобразования рациональных, тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений	4	1, 4, 6, 10, 14, 15
Применять теорему Безу к решению задач и уравнений	1	2
Применять при решении задач свойства функций: область определения и множество значений, чётность, периодичность, ограниченность, монотонность	2	3, 5
Знать основные типы тригонометрических, показательных, логарифмических, рациональных, иррациональных, степенных уравнений и неравенств, владеть стандартными методами их решений и применять их при решении задач	8	4, 5, 7, 11, 14, 16, 17, 19
Использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения и другие непрерывные функции	3	3, 14, 18
Решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные	2	14, 17
Строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи	2	9, 13
Знать производные элементарных функций, уметь находить производную суммы,	2	12, 18

## 6. Порядок оценивания выполнения экзаменационной работы

За верное выполнения заданий первой части выставляется один балл.

За верное выполнения каждого из заданий №№ 14, 15, 16, 17 второй части выставляются два балла.

За верное выполнение заданий №18 и №19 второй части выставляются по три балла.

Максимальный балл за работу – 27.

Если при выполнении заданий №14-15 части 2 ученик допускает или вычислительную ошибку, или ошибку, не имеющую принципиального характера и не влияющую на общую правильность хода решения, ему выставляется на один балл меньше, чем предполагаемая «стоимость» задания. В противном случае – 0 баллов.

Если при выполнении заданий №16 и №17 ученик верно выполняет и пункт а) и пункт б), ему выставляются 2 балла. Если ученик выполнил верно пункт а), но при выполнении пункта б) не показал обоснованного отбора корней уравнения, принадлежащих указанному промежутку, или отобрал корни неверно, ему выставляется один балл.

Если при выполнении задания №18 ученик верно нашёл производную функции, верно указал точки разрыва и стационарные точки функции, верно составил неравенство и верно решил его, ему выставляются три балла. Если обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением конечного числа точек, или

получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения, ученику выставляются два балла. Один балл выставляется ученику только при верно найденной производной и невыполненных других шагах решения. В остальных случаях – 0 баллов.

Если при выполнении задания №19 ученик обоснованно получил правильный ответ, то ему выставляются три балла. Если с помощью верного рассуждения получено множество значений  $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек или с помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений  $a$ , то ученику выставляются 2 балла. Если же ученик верно перечислил все необходимые условия для поиска множества значений  $a$ , то есть обоснованно составил только модель задачи, но никаких значений параметра не отыскал, то ученику выставляется один балл. В остальных случаях – 0 баллов.

### Шкала выставления оценки

Количество набранных баллов	0-6	7-12	13 - 17	18-27
оценка	2	3	4	5

В приложении 1 представлен обобщённый план экзаменационной работы.

В приложении 2 представлен демонстрационный вариант экзаменационной работы.

## Обобщенный план экзаменационной работы

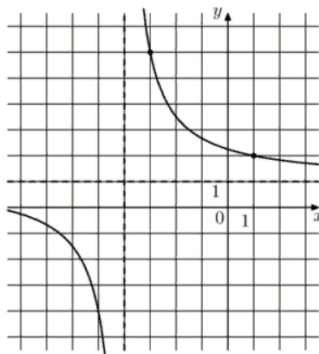
Уровни сложности заданий: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий

№ задания	Проверяемые требования (умения)	Уровень сложности	Количество баллов
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования (преобразование иррациональных выражений)	Б	1
2	Уметь выполнять вычисления и преобразования (преобразования многочленов, теорема Безу)	Б	1
3	Уметь выполнять действия с функциями (понятие о степенной функции)	Б	1
4	Уметь решать уравнения и неравенства (иррациональное уравнение)	Б	1
5	Уметь выполнять действия с функциями (свойство монотонности функций)	Б	1
6	Уметь выполнять вычисления и преобразования (преобразования по свойствам логарифмов)	Б	1
7	Уметь решать уравнения и неравенства (логарифмическое уравнение)	Б	1
8	Уметь выполнять действия с функциями (формула и график квадратичной/дробно-линейной/показательной/логарифмической функции)	Б	1
9	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели (вероятность суммы/произведения событий)	Б	1
10	Уметь выполнять вычисления и преобразования (тригонометрическое выражение)	Б	1
11	Уметь решать уравнения и неравенства (простейшее тригонометрическое уравнение)	Б	1
12	Знать производные элементарных функций, уметь находить производную суммы, произведения, частного	Б	1
13	Уметь вычислять число перестановок, размещений или сочетаний	Б	1
14	Уметь решать уравнения и неравенства (рациональное неравенство, обобщенный метод интервалов или рационализации)	П	2
15	Уметь доказывать тождества, знать формулы комбинаторики	П	2
16	Уметь решать показательные уравнения, сводящиеся к квадратным; применять свойство монотонности функций для отбора корней, удовлетворяющих заданным условиям	П	2
17	Уметь решать уравнения и неравенства (логарифмическое уравнение, исследование ОДЗ).	П	2
18	Уметь находить производные функций, в том числе сложных; решать рациональные неравенства методом интервалов	В	3
19	Уметь решать уравнения и неравенства с параметром (показательное уравнение), проводить исследование решений	В	3

**Экзаменационная работа по математике**  
**(углублённый уровень изучения,**  
**учебные курсы «Алгебра и начала анализа», «Вероятность и статистика»)**  
**в 10 классах ГАОУ СО «Гимназия № 1»**  
**в 2024 - 2025 учебном году**  
**Демонстрационный вариант**

**Часть I**

1. Вычислите:  $\sqrt[3]{19-3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{19+3\sqrt{2}}$ .
2. Найдите значение  $a$ , при котором остаток от деления многочлена  $6x^3 - 11x^2 + a$  на двучлен  $x - 2$  равен 3.
3. Найдите область определения функции  $y = (x^2 - x - 42)^{\frac{5}{13}}$ .
4. Решите уравнение  $\sqrt{2x-1} = 7-x$ .
5. При каких значениях переменной  $x$  выполняется равенство  $3^x = 4-x$ ?
6. Найдите значение выражения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{6\log_1 2} + 2\log_4 \log_{16} 256 + \log_{\sqrt{2}} 8$ .
7. Решите уравнение  $\log_{4-x} 36 = 2$ .
- 8.



На рисунке изображён график функции

$$y = \frac{kx+a}{x+b}$$

Найдите  $a$ .

9. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
10. Найдите значение выражения  $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$ .
11. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . В ответе запишите наименьший положительный корень.
12. Найдите наибольшее значение функции  $y = 5^{4x-x^2}$ .
13. В классе изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник, если в этот день должно быть 6 разных предметов?

**Часть II**

14. Решите неравенство:  $x + \frac{8x-25}{x-3} + \frac{x^2+41x-136}{x^2-10x+21} \leq 1$ .
15. Докажите тождество:  $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$ .
16. а) Решите уравнение  $27^x - 5 \cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_3 4; \log_3 10]$ .
17. а) Решите уравнение  $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-1; \frac{8}{9}\right]$ .
18. Дана функция  $f(x) = \frac{(2x-1)^8}{(x+1)^5}$ . При каких значениях  $x$  производная данной функции неотрицательна?
19. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $(a-1)3^{2x} - (2a-1) \cdot 3^x - 1 = 0$  имеет два различных корня?

**Время выполнения работы 210 минут.**