РЕКОМЕНДОВАНО
школьным методическим объединением
учителей **математики и информатики**
ГАОУ СО «Гимназия № 1»
протокол № 4
от «30» марта 2023 г.
Руководитель МО
Гриш /Гришина И.В./

Алгебра
8 класс
Один из нестандартных приёмов решения квадратных уравнений

Презентация подготовлена
учителем математики
ГАОУ СО «Гимназия № 1»
Гришиной Ириной Владимировной

Решение квадратных уравнений

Поговорим об одном нестандартном приёме решения?!

Метод «перебрасывания старшего коэффициента»

Сначала вспомним несколько необходимых теоретических сведений о квадратных уравнениях.

Определение.

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где *a, b и c* – некоторые числа, называемые коэффициентами, причём $a \neq 0$,

а *x* – *неизвестное,* называется **квадратным**.

Коэффициент *a* называют **старшим**,

коэффициент *c* – **свободным членом**.

Будем рассматривать только

полные квадратные уравнения,

то есть уравнения, в которых ни один из коэффициентов не равен нулю:

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$ по определению),

а также и $b \neq 0$, и $c \neq 0$.

Будем считать, что дискриминант этого уравнения положителен ($b^2 - 4ac > 0$).

Определение.

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, называется **приведённым**, если его старший коэффициент равен единице: $a = 1$.

Например, уравнение $x^2 + 3x + 2 = 0$ имеет старший коэффициент, равный 1, и поэтому является приведённым.

Приведённые уравнения обычно в общем виде записывают так:

$x^2 + px + q = 0.$

Теорема Виета и теорема, обратная к ней, для приведённого квадратного уравнения

Прямая теорема: Если числа x_1 и x_2 - корни приведённого квадратного уравнения

$x^2 + px + q = 0$, то $x_1 + x_2 = -p$, *а* $x_1 \cdot x_2 = q$.

Обратная теорема: Если числа x_1 и x_2 *таковы, что* $x_1 + x_2 = -p$, *а* $x_1 \cdot x_2 = q$, то эти числа являются корнями уравнения

$x^2 + px + q = 0$.

Суть метода «перебрасывания»

Пусть дано квадратное уравнение

$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$.

Умножим обе его части на старший коэффициент, то есть на a.

Получим уравнение $a^2x^2 + abx + ac = 0$, равносильное данному.

Выполним преобразование левой части:
$(ax)^2 + b(ax) + ac = 0$.

Обозначим буквой t выражение ax :
$t = ax$.

Получаем приведённое квадратное уравнение
$t^2 + bt + ac = 0$,
где числа a, b и c те же самые, что и в исходном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$,

при этом неизвестное обозначено буквой t.

Полученное приведённое квадратное уравнение $t^2 + bt + ac = 0$ решим по возможности с помощью теоремы, обратной теореме Виета, то есть подберём корни t_1 и t_2 по известной их сумме и известному их произведению:

$$t_1 + t_2 = -b, \qquad t_1 \cdot t_2 = ac.$$

Итак, пусть корнями квадратного уравнения $t^2 + bt + ac = 0$ являются числа t_1 и t_2.

Используя замену переменных $t = ax$, легко найдём корни данного квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$:

$$x_1 = \frac{t_1}{a} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{t_2}{a}.$$

Алгоритм решения

- Пусть требуется найти корни x_1 *и* x_2 неприведённого квадратного уравнения
  $ax^2 + bx + c = 0$.
- Составляем с его помощью новое приведённое квадратное уравнение $t^2 + bt + a \cdot c = 0$, где числа *a, b и c* те же самые,

  что и в исходном уравнении.
- Используя равенства $t_1 + t_2 = -b$, $t_1 \cdot t_2 = ac$,
  подбираем числа t_1 и t_2 .
- Вычисляем корни x_1 *и* x_2 *по формулам :*

$$x_1 = \frac{t_1}{a} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{t_2}{a}.$$

Пример.
Решить уравнение $5x^2 - 22x + 8 = 0$.

Решение.

1) «Перебрасываем» старший коэффициент 5 к свободному члену уравнения, получаем уравнение $t^2 - 22t + 5 \cdot 8 = 0$;

таким образом, записываем уравнение

$$t^2 - 22t + 40 = 0.$$

Пример.
Решить уравнение $5x^2 - 22x + 8 = 0$.

2) Запишем сумму и произведение корней полученного приведенного уравнения

t^2 - $22t + 40 = 0$:

$t_1 + t_2 = 22$, $t_1 + t_2 = 40$.

Очевидно, числа $t_1 = 2$ и $t_2 = 20$ удовлетворяют записанным равенствам, а значит, являются корнями уравнения

$t^2 - 22t + 40 = 0$.

Пример.
Решить уравнение $5x^2 - 22x + 8 = 0$.

3) Вычисляем корни заданного уравнения по формулам

$$x_1 = \frac{t_1}{a} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{t_2}{a}.$$

Таким образом,

$$x_1 = \frac{2}{5} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{20}{5} = 4.$$

Ответ: $\left\{\frac{2}{5}; 4\right\}$.

Информационные ресурсы

1. Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций. 6-е изд. – М. : Просвещение, 2018.

2. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 класс.
В 2-х частях (учебник и задачник для учащихся общеобразовательных организаций), 17-е изд.
– М. : Мнемозина, 2014